

Упражнения для повторения курса алгебры VII класса

686. 1) $(-1,5 + 4 - 2,5)(-6) = 0 \cdot (-6) = 0$

2) $(2 - 3 - 7 + 7,9)^2 = (-0,1)^2 = 0,01$

3) $\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right) : (-1,6 - 3,3 + 5) = -\frac{1}{20} : \frac{1}{10} = -\frac{1}{2}$

4) $(2 - 5 + 7 - 1)^2 : (-3)^2 - 21 = 3^2 : (-3)^2 - 21 = 9 : 9 - 21 = 1 - 21 = -20$

$$\begin{aligned} 5) \quad & \frac{0,25 - 1\frac{1}{5}}{-3\frac{4}{5} + 1,9} + \frac{10 - 2,5}{\frac{1}{2} - 0,75} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{5}{6}}{-\frac{19}{5} + \frac{19}{10}} + \frac{7,5}{0,5 - 0,75} = \\ & = \frac{-\frac{19}{20}}{-\frac{19}{10}} + \frac{7,5}{-0,25} = 0,5 - 30 = -29,5 \end{aligned}$$

6) $\frac{(0,2)^2 + 0,96}{4,5} + \frac{1}{9} = \frac{0,04 + 0,96}{4,5} + \frac{1}{9} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

687. Удвоенное произведение этих чисел равно: $2a(30 - a)$.

При $a = -2$: $2a(30 - a) = 2(-2)(32) = -128$

Ответ: -128 .

688. Так как число состоит из a сотен, b десятков и c единиц, то составим формулу: $100a + 10b + c$.

Если число записано в обратном порядке, то формула такая:

$100c + 10b + a$.

689. Так как 1 кг = 1000 г, то a килограммов и c граммов содержат: $(1000a + c)$ граммов.

690. 1) При $a = -\frac{1}{2}$, $b = -3$: $\frac{2a+b}{b-2a} = \frac{2\left(-\frac{1}{2}\right) - 3}{-3 - 2\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-1 - 3}{-3 + 1} = \frac{4}{2} = 2$

2) При $a = \frac{1}{2}$: $\frac{4a^2 - 1}{2a + 1} = \frac{4 \cdot \frac{1}{4} - 1}{2 \cdot \frac{1}{2} + 1} = \frac{0}{2} = 0$

$$691. 1) 2(x-1) = 3(2x-1)$$

$$2x-2 = 6x-3$$

$$4x = 1$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{4}.$$

$$3) 3-5(x-1) = x-2$$

$$3-5x+5 = x-2$$

$$6x = 10$$

$$x = \frac{5}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{5}{3}.$$

$$692. 1) \frac{2x+1}{3} = 6$$

$$2x+1 = 18$$

$$2x = 17$$

$$x = \frac{17}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{17}{2}.$$

$$3) \frac{x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{x}{2}$$

$$2x-3 = 3x$$

$$x = -3$$

$$\text{Ответ: } -3.$$

$$693. 1) 7 - \frac{x}{2} = 3 + \frac{7x}{2}$$

$$14-x = 6+7x$$

$$8x = 8$$

$$x = 1$$

$$\text{Ответ: } 1.$$

$$2) 3(1-x) = 4x-11$$

$$3-3x = 4x-11$$

$$x = 2$$

$$\text{Ответ: } 2.$$

$$2) \frac{x-7}{2} = \frac{1}{4}$$

$$2x-14 = 1$$

$$2x = 15$$

$$x = \frac{15}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{15}{2}.$$

$$4) \frac{4}{3}x - 1 = \frac{x}{9} + \frac{1}{6}$$

$$24x-18 = 2x+3$$

$$22x = 21$$

$$x = \frac{21}{22}$$

$$\text{Ответ: } \frac{21}{22}.$$

$$2) 9 - \frac{2x}{3} = 7 + \frac{x}{3}$$

$$27-2x = 21+x$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

$$\text{Ответ: } 2.$$

$$3) \frac{x+3}{2} = x-4$$

$$x+3=2x-8$$

$$x=11$$

ОТВЕТ: 11.

$$4) 2-3x = \frac{x-12}{2}$$

$$4-6x=x-12$$

$$7x=16$$

$$x = \frac{16}{7}$$

$$\text{ОТВЕТ: } \frac{16}{7}.$$

$$694. 1) \frac{6x+7}{7} + \frac{3+5x}{8} = 3$$

$$48x+56+21+35x=168$$

$$83x=91$$

$$x = \frac{91}{83}$$

$$\text{ОТВЕТ: } \frac{91}{83}.$$

$$2) \frac{2x-4}{5} + \frac{2x+1}{3} = 1$$

$$6x-12+10x-5=15$$

$$16x=32$$

$$x=2$$

ОТВЕТ: 2.

$$3) 5 - \frac{2x-5}{3} = \frac{4x+2}{3}$$

$$15-2x+5=4x+2$$

$$6x=18$$

$$x=3$$

ОТВЕТ: 3.

$$4) \frac{x-5}{5} = \frac{2x+1}{3} - 7$$

$$3x-15=10x+5-105$$

$$7x=85$$

$$x = \frac{85}{7}$$

$$\text{ОТВЕТ: } \frac{85}{7}.$$

695. Пусть в первой коробке x карандашей. Тогда во второй $-(x-4)$ и в третьей $-(x+3)$. Всего было 119 карандашей, поэтому:

$$x+(x-4)+(x+3)=119$$

$$3x=120$$

$$x=40 - \text{ в первой коробке}$$

$$x-4=36 - \text{ во второй коробке}$$

$$x+3=43 - \text{ в третьей коробке.}$$

Ответ: 40, 36, 43.

696. Пусть через x лет отец будет вдвое старше сына. Тогда:

$$30+x=3 \cdot (4+x)$$

$$30+x=12+3x$$

$$2x=18; x=9$$

Ответ: 9 лет.

697. Пусть x км/ч – скорость катера. Тогда $(x + 2)$ км/ч – скорость по течению реки, $(x - 2)$ км/ч – скорость против течения реки. Так как катер прошел одинаковое расстояние, то:

$$3(x + 2) = 4(x - 2); 3x + 6 = 4x - 8$$

$$x = 14 \text{ км/ч – скорость катера}$$

$$14 + 2 = 16 \text{ км/ч – скорость по течению реки}$$

$$S = 16 \cdot 3 = 48 \text{ км.}$$

Ответ: 48 км.

698. Пусть x км/ч – скорость вертолета. Тогда $(x + 10)$ км/ч – скорость при попутном ветре, $(x - 10)$ км/ч – скорость при встречном ветре. Так как вертолет пролетел одинаковое расстояние, то:

$$\frac{3}{2}(x + 10) = 2(x - 10); 3x + 30 = 4x - 40$$

$$x = 70 \text{ – скорость вертолета}$$

$$70 - 10 = 60 \text{ – скорость при встречном ветре}$$

$$S = 60 \cdot 2 = 120$$

Ответ: 120 км.

$$699. 1) \frac{5^3 5^4 5}{(5^2)^8} = \frac{5^3 (5^2)^2 5}{(5^2)^8} = \frac{5^4}{5^2} = 5^2 = 25$$

$$2) \frac{7^7}{(7^5)^2} = \frac{7^7}{7^{10}} = \frac{1}{7^3}$$

$$3) \frac{(b^3)^2 b^3 b}{(b^2)^4} - b^2 = \frac{b^6 b^3 b}{b^8} - b^2 = \frac{b^{10} - b^{10}}{b^8} = \frac{0}{b^8} = 0$$

$$4) \frac{(3b^2)^2 \cdot 9b^3}{3^4 b^6} + b = \frac{3^2 b^4 \cdot 3^2 b^3}{3^4 b^6} + b = \frac{b^7 + b^7}{b^6} = \frac{2b^7}{b^6} = 2b$$

$$5) \left(\frac{1}{m}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{m}\right)^2 \cdot m^5 = \frac{1}{m^3} \cdot \frac{1}{m^2} \cdot m^5 = \frac{m^5}{m^5} = 1$$

$$6) \left(\left(\frac{1}{a}\right)^4\right)^3 - \left(\frac{1}{a}\right)^{11} \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a^{12}} - \frac{1}{a^{12}} = 0$$

$$700. 1) -12a^4 bc^2 d \cdot 5ac^3 d_4 \cdot (-3b^3 cd^2) = 180a^5 b^4 c^6 d^7$$

$$2) 49a^2 bc^2 \cdot \left(-\frac{2}{7}ab\right) \cdot \frac{1}{14ac} = -a^4 b^2 c^3$$

$$3) \left(-\frac{2}{3}a^4b^2c\right) \cdot \frac{15}{2}abc^3 = -5a^5b^3c^4$$

$$4) \left(-\frac{4}{3}m^5n^3\right) \left(-\frac{3}{4}mn^3\right) = m^6n^6$$

$$701. 1) (-2ab^2)^3 = -8a^3b^6 \quad 2) (-0,8ac^2)^2 = 0,64a^2c^4$$

$$3) \left(-\frac{3}{5}abc^3\right)^3 = -\frac{27}{125}a^3b^3c^9 \quad 4) \left(-\frac{1}{2}ab^2c^3\right)^4 = \frac{1}{16}a^4b^8c^{12}$$

$$702. 1) 2a^2 + 2ab + 3b^2 - a^2 - 2b^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$2) a^2 + ab + b^2 + (2a^2 + 3ab - 2b^2) + (a^2 + ab + 2b^2) = 4a^2 + 5ab + b^2$$

$$3) 7a^2 + 2b^2 - (6a^2 + b^2) = a^2 + b^2$$

$$4) 4a^2 + 2a + 1 - (1 + 2a - 4a^2) = 8a^2$$

$$703. 1) (a^2 - ab + b^2)3ab^3 = 3a^3b^3 - 3a^2b^4 + 3ab^5$$

$$2) (2m^2 - 3mn + 4n^2) \frac{1}{12}m^2n^2 = \frac{1}{6}m^4n^2 - \frac{1}{4}m^3n^3 + \frac{1}{3}m^2n^4$$

$$3) (6a^3 - 4ab^2 + 1) \frac{1}{2}ab = 3a^4b - 2a^2b^3 + \frac{1}{2}ab$$

$$4) (8m^3 - 7m^2n + 1) \frac{1}{8}mn = m^4n - \frac{7}{8}m^3n^2 + \frac{1}{8}mn$$

$$704. 1) (a^2 + 3ab + b^2)(7a - 5b) = 7a^3 + 21a^2b + 7ab^2 - 5a^2b - 15ab^2 - 5b^3 = 7a^3 + 16a^2b - 8ab^2 - 5b^3$$

$$2) (3a^2 - 6ab^2 + 2b^2)(4ab - 1) = 12a^3b - 3a^2 - 24a^2b^3 + 6ab^2 + 8ab^3 - 2b^2$$

$$3) (a + 3b - 4c)(a - 3b - 4c) = a^2 - 3ab - 4ac + 3ab - 9b^2 - 12bc - 4ac + 12cb + 16c^2 = a^2 - 8ac - 9b^2 + 16c^2$$

$$4) (m + n - 2)(m - n + 2) = m^2 - mn + 2m + mn - n^2 + 2n - 2m + 2n - 4 = m^2 - n^2 + 4n - 4$$

$$5) \left(\frac{1}{3}a^2b - \frac{2}{5}ab^2\right)(15a - 30b) = 5a^3b - 10a^2b^2 - 6a^2b^2 + 12ab^3 = 5a^3b - 16a^2b^2 + 12ab^3$$

$$6) \left(\frac{1}{2}a^2 + 4a + 1\right)(3a - 1) = \frac{3}{2}a^3 + 12a^2 + 3a - \frac{1}{2}a^2 - 4a - 1 = \frac{3}{2}a^3 + 11\frac{1}{2}a^2 - a - 1$$

705. 1) $12a^2b^3 : (3ab^2) = 4ab$

При $a = \frac{3}{4}, b = \frac{1}{9}$

$$4ab = 4 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{3}.$$

2) $(-49m^3n^4) : (7mn^4) = -7m^2$

При $m = \frac{1}{7}, n = 1$

$$-7m^2 = -7 \cdot \frac{1}{49} = -\frac{1}{7}$$

3) $(4a^3b + 6a^2b) : (2a^2b) = 2a + 3$

При $a = -1, b = 5$

$$2a + 3 = 1$$

4) $(12a^4 - 24a^3 + 12a^2) : (6a^2) = 2a^2 - 4a + 2$

При $a = \frac{1}{4} \quad 2a^2 - 4a + 2 = 2 \cdot \frac{1}{16} - 4 \cdot \frac{1}{4} + 2 = \frac{1}{8} - 1 + 2 = 1\frac{1}{8}.$

706. 1) $(a+1)(a-1)(a^2+1) = (a^2-1)(a^2+1) = a^4-1$

2) $(1-2b)(1+2b)(1+4b^2) = (1-4b^2)(1+4b^2) = 1-16b^4$

3) $(2ab^2+3)(3-2ab^2) + 4a^2b^4 = 9-4a^2b^4+4a^2b^4 = 9$

4) $\left(\frac{a}{2}-5\right)\left(5+\frac{a}{2}\right)+25 = \frac{a^2}{4}-25+25 = \frac{a^2}{4}$

707. 1) $(a+3)^2 + (a-3)^2 = a^2+6a+9+a^2-6a+9 = 2a^2+18$

2) $(4a+b)^2 - (4a-b)^2 = 16a^2+8ab+b^2-16a^2+8ab-b^2 = 16ab$

3) $\left(2-\frac{a}{b}\right)^2 - \frac{a^2}{b} = 4 - \frac{4a}{b} + \frac{a^2}{b^2} - \frac{a^2}{b^2} = 4 - \frac{4a}{b}$

4) $(1-7b)^2 - (1+7b)^2 = 1-14b+49b^2-1-14b-49b^2 = -28b$

708. 1) $a^4+6a^3+9a^2 = (a^2+3a)^2 = a^2(a+3)^2$

2) $4+8b+4b^2 = (2+2b)^2 = 4(1+b)^2$

3) $(1-a)^2-4 = (1-a-2)(1-a+2) = (-1-a)(3-a)$

4) $25-(2-3a)^2 = (5-2+3a)(5+2-3a) = (3+3a)(7-3a) = 3(1+a)(7-3a)$

709. 1) $\frac{a^2-16}{a^2-8a+16} = \frac{(a-4)(a+4)}{(a-4)^2} = \frac{a+4}{a-4}$

2) $\frac{4-a^2}{a+2} = \frac{(2-a)(2+a)}{a+2} = 2-a$

$$3) \frac{4x^2 - 9}{2x^2 + 3x} = \frac{(2x-3)(2x+3)}{x(2x+3)} = \frac{2x-3}{x}$$

$$4) \frac{3b^2 - 12b + 12}{b^2 - 4} = \frac{3(b-2)^2}{(b-2)(b+2)} = \frac{3(b-2)}{b+2}$$

$$710. 1) \frac{a-b}{ab} - \frac{a-c}{ac} = \frac{a^2c - abc - a^2b + abc}{abc} = \frac{a^2(c-b)}{abc} = \frac{a(c-b)}{bc}$$

$$2) \frac{1}{a^2} + \frac{1}{ab^2} + \frac{1}{a^2b} = \frac{b^2 + a + b}{a^2b^2}$$

$$3) \frac{1}{14x^3} - \frac{1}{21x^2y} - \frac{1}{4xy^2} = \frac{6y^2 - 4xy - 21x^2}{84x^3y^2}$$

$$4) \frac{2}{3x^2y} + \frac{3}{5xy^2} - \frac{5}{4y^3} = \frac{40y^2 + 36xy - 75x^2}{60x^2y^3}$$

$$711. 1) 1 + a - \frac{a-1}{a} + \frac{a^2-1}{2a} - \frac{3a}{2} =$$

$$= \frac{2a + 2a^2 - 2a + 2 + a^2 - 1 - 3a^2}{2a} = \frac{1}{2a}$$

$$2) \frac{a^2 - 3b^2}{ab^3} + \frac{2}{ab} + \frac{ab + b^2}{a^2b^2} = \frac{a^3 - 3ab^2 + 2ab^2 + ab^2 + b^3}{a^2b^3} = \frac{a^3 + b^3}{a^2b^3}$$

$$3) \frac{a^3 + 5a - 4}{16 - a^2} + \frac{2a}{8a + 2a^2} = \frac{a^2 + 5a - 4}{(4-a)(4+a)} + \frac{2a}{2a(4+a)} =$$

$$= \frac{2a^4 + 10a^2 - 8a + 8a - 2a^2}{2a(4-a)(4+a)} = \frac{2a^4 + 8a^2}{2a(4-a)(4+a)} = \frac{2a^2(a^2 + 4)}{2a(16 - a^2)} =$$

$$= \frac{a(a^2 + 4)}{(16 - a^2)}$$

$$4) \frac{b}{9} - \frac{4b}{6b-36} + \frac{2}{3} - \frac{4}{6-b} = \frac{b}{9} - \frac{4b}{6(b-6)} + \frac{2}{3} + \frac{4}{b-6} =$$

$$= \frac{2b(b-6) - 12b + 12(b-6) + 72}{18(b-6)} = \frac{2b^2 - 12b - 12b + 12b - 72 + 72}{18(b-6)} =$$

$$= \frac{2b^2 - 12b}{18(b-6)} = \frac{2b(b-6)}{18(b-6)} = \frac{b}{9}$$

$$712. 1) \frac{a}{a^2-1} - \frac{1}{1-a^2} = \frac{a+1}{a^2-1} = \frac{a+1}{(a-1)(a+1)} = \frac{1}{a-1}$$

$$2) \frac{3y}{4x^2-9y^2} + \frac{2x}{9y^2-4x^2} = \frac{3y-3x}{4x^2-9y^2} = \\ = \frac{3y-2x}{(2x-3y)(2x+3y)} = \frac{-1}{2x+3y}$$

$$3) 1+3a + \frac{9a^2}{1+3a} + \frac{1}{3a-1} + \frac{6a}{1-9a^2} = \\ = \frac{(1+3a)(1-3a) + 9a^2(1-3a) - (1+3a) + 6a}{(1+3a)(1-3a)} = \\ = \frac{1-9a^2 + 9a^2 - 27a^3 - 1 - 3a + 6a}{1-9a^2} = \frac{3a-27a^3}{1-9a^2} = \\ = \frac{3a(1-9a^2)}{1-9a^2} = 3a$$

$$4) \frac{m^2}{m^3-n^3} - \frac{mn}{n^3-m^3} + \frac{n^2}{m^3-n^3} = \frac{m^2+mn+n^2}{m^3-n^3} = \\ = \frac{m^2+mn+n^2}{(m-n)(m^2+mn+n^2)} = \frac{1}{m-n}$$

$$713. 1) \frac{x^2-y^2}{6xy} - \frac{12x^2y}{x+y} = \frac{(x-y)(x+y) \cdot 2x}{x+y} = 2x(x-y)$$

$$2) \frac{8ab-8b^2}{a^2+ab} \cdot \frac{a^3-ab^2}{4b^3} = \frac{8b(a-b) \cdot a(a-b)(a+b)}{a(a+b) \cdot 4b^3} = \frac{2(a-b)^2}{b^2}$$

$$3) \frac{a^2+4a}{a^2-16} : \frac{4a+16}{a^2-4a} = \frac{a(a+4) \cdot a(a-4)}{(a-4)(a+4) \cdot 4(a+4)} = \frac{a^2}{4(a+4)}$$

$$4) \frac{5a^3b+5ab^3}{a^4-b^4} : \frac{10ab}{3a^2-3b^2} = \frac{5ab(a^2+b^2) \cdot 3(a^2-b^2)}{(a^2-b^2)(a^2+b^2) \cdot 10ab} = \frac{3}{2}$$

$$714. 1) \frac{a^3+2a^2}{a^2-1} \cdot \frac{(a+1)^3(a-1)}{a^2(a+2)} = \frac{a^2(a+2)(a+1)^3(a-1)}{(a-1)(a+1) \cdot a^2(a+2)} = (a+1)^2$$

$$2) \frac{1-81b^2}{a^2b^2-4} \cdot \frac{ab+2}{1=9b} = \frac{(1-9b)(1+9b)(ab+2)}{(ab-2)(ab+2)(1-9b)} = \frac{1+9b}{ab-2}$$

$$3) \frac{(a^2 + ab)^2}{a^2 - b^2} : \frac{(a+b)^2}{(ab - b^2)^2} = \frac{a^2(a+b)^2 \cdot b^2(a-b)^2 \cdot (a+b)^2}{(a-b)(a+b)(a+b)^2} =$$

$$= a^2 b^2 (a+b)(a-b)$$

$$4) \frac{2cd + 4d^2}{12c - 6d} : \frac{4c^2 - 16d^2}{16c^2 - 4d^2} =$$

$$= \frac{2d(c+2d) \cdot 4(2c-d)(2c+d)}{6(2c-d) \cdot 4(c-2d)(c+2d)} = \frac{d(2c+d)}{3(c-2d)}$$

$$715. 1) \left(\frac{a}{a+1} + 1 \right) : \left(1 - \frac{a}{a+1} \right) = \frac{(2a+1)(a+1)}{(a+1) \cdot 1} = 2a+1$$

$$2) \left(\frac{a}{a+1} + 1 \right) : \left(1 - \frac{2a^2}{1-2a^2} \right) = \frac{(2a+1)(1+2a^2)}{(a+1)(1-4a^2)} =$$

$$= \frac{(2a+1)(1-2a^2)}{(a+1)(1-2a)(1+2a)} = \frac{1-2a^2}{(a+1)(1-2a)}$$

$$3) \frac{1-a^2}{1+b} \cdot \frac{1-b^2}{a+a^2} \left(1 + \frac{a}{1-a} \right) = \frac{(1-a)(1+a)(1-b)(1+b)}{(1+b) \cdot a(1+a)(1-a)} = \frac{1-b}{a}$$

$$4) \left(a + \frac{b-a}{1+ab} \right) : \left(1 - \frac{a(b-a)}{1+ab} \right) =$$

$$= \left(\frac{a+a^2b+b-a}{1+ab} \right) : \left(\frac{1+ab-ab+a^2}{1+ab} \right) = \frac{b(a^2+1)(1+ab)}{(1+ab)(a^2+1)} = b$$

$$716. 1) \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} - \frac{4y^2}{x^2-y^2} \right) \cdot \frac{x+y}{xy} =$$

$$= \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2 - 4y^2}{x^2-y^2} \cdot \frac{x+y}{xy} =$$

$$= \frac{x^2 + 2xy + y^2 + 2xy - y^2 - 4y^2}{(x-y)(x+y)} \cdot \frac{x+y}{xy} = \frac{4y(x-y)(x+y)}{(x-y)(x+y) \cdot 2y} = 2$$

$$2) \left(\frac{1-b}{1+b} - \frac{1+b}{1-b} + \frac{1+4b}{1-b^2} \right) \cdot (b^2 + 2b + 1) =$$

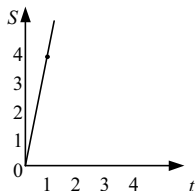
$$= \frac{1-2b+b^2-1-2b-b^2+1+4b}{(1-b)(1+b)} \cdot (b+1)^2 = \frac{(b+1)^2}{(1-b)(1+b)} = \frac{1+b}{1-b}$$

717. 1) $S = 4t$

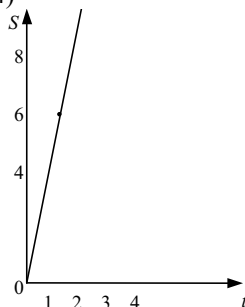
2)

t	0	1	2	3	4
S	0	4	8	12	16

3)



4)

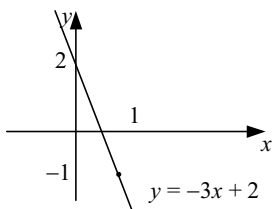


5) Если $S = 10$, то $t = 2,5$ ч. Если $S = 6$, то $t = 1,5$ ч.

6) Так как график имеет уравнение $S = 4t$, то отношение ординаты любой точки к абсциссе равно 4.

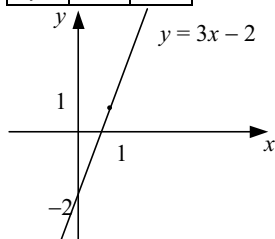
718. 1) $y = -3x + 2$

x	0	1
y	2	-1



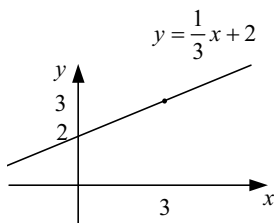
2) $y = 3x - 2$

x	0	1
y	-2	1



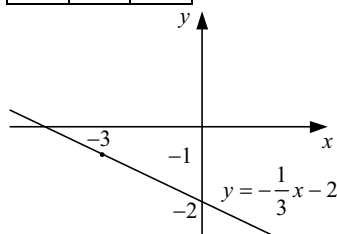
3) $y = \frac{1}{3}x + 2$

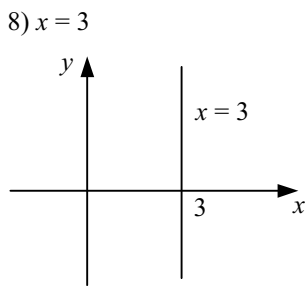
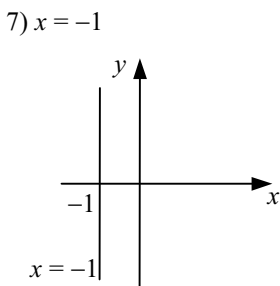
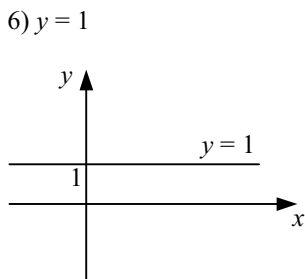
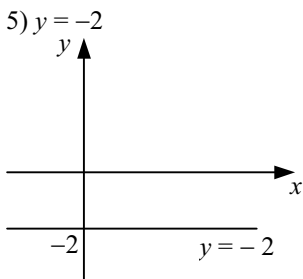
x	0	3
y	2	3



4) $y = -\frac{1}{3}x - 2$

x	0	-3
y	-2	-1





719. $y = 0,4x - 8$

x	0	5
y	-8	-6

1) $x = -1, y = -8,4$

$x = 0, y = -8$

$x = 1, y = -7,6$

$x = 2,5, y = -7$

2) $y = -8, x = 0$

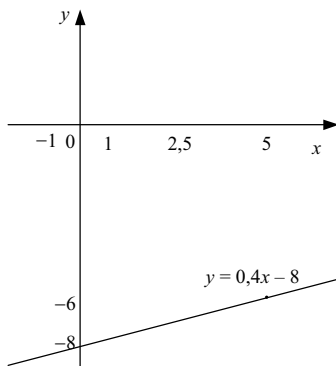
$y = -2, x = 15$

$y = 0, x = 20$

$y = 0,5, x = 21,25$

$y = 1,5, x = 23,75$

$y = 4, x = 30$



720. 1) $y = 7x + 4$

x	0	$-\frac{4}{7}$
y	4	0

c $oy - (0; 4)$

c $ox - (-\frac{4}{7}; 0)$

2) $y = -7x + 4$

x	0	$\frac{4}{7}$
y	4	0

c $oy - (0; 4)$

c $ox - (\frac{4}{7}; 0)$

$$3) y = 3,5x - 1$$

x	0	$\frac{2}{7}$
y	-1	0

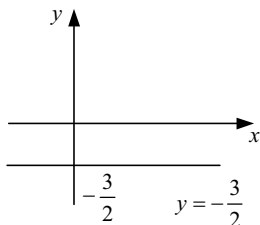
$$\text{с оу} - (0, -1); \text{с ох} - (\frac{2}{7}; 0)$$

$$4) y = -3,5x + 1$$

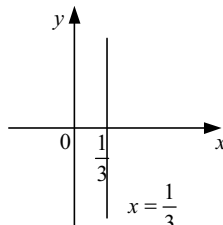
x	0	$-\frac{2}{7}$
y	1	0

$$\text{с оу} - (0; 1); \text{с ох} - (-\frac{2}{7}; 0)$$

721. 1) $2y + 3 = 0; y = -\frac{3}{2}$

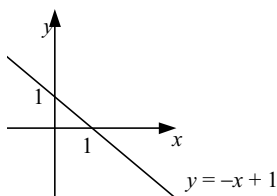


2) $1 - 3x = 0; x = \frac{1}{3}$



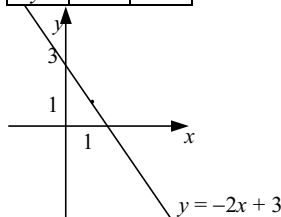
3) $x + y - 1 = 0; y = -x + 1$

x	0	1
y	1	0



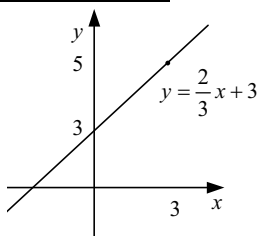
4) $2x + y = 3; y = -2x + 3$

x	0	1
y	3	1



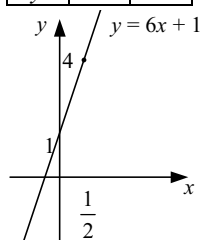
5) $3y - 2x = 9; y = \frac{2}{3}x + 3$

x	0	3
y	3	5



6) $6x = y - 1; y = 6x + 1$

x	0	$\frac{1}{6}$
y	1	4



722. 1) $y = 4x - 6$ и $y = 3x - 2$

$$4x - 6 = 3x - 2$$

$$x = 4$$

$$y = 4 \cdot 4 - 6 = 10$$

(4; 10) – точка пересечения

2) $y = 3x - 1$ и $y = -\frac{5}{3}x + \frac{8}{3}$

$$3x - 1 = -\frac{5}{3}x + \frac{8}{3}$$

$$9x - 3 = -5x + 8$$

$$14x = 11$$

$$x = \frac{11}{14}$$

$$y = \frac{33}{14} - 1 = \frac{19}{14}$$

$\left(\frac{11}{14}; \frac{19}{14}\right)$ – точка пересечения.

723. 1) $\begin{cases} 2x - y = -6 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$

$$\begin{cases} 4x - 2y = -12 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$5x = -5; x = -1$$

$$y = 2x + 6 = 4$$

ОТВЕТ: (-1; 4)

3) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

$$y = 6$$

ОТВЕТ: (-2; 6)

5) $\begin{cases} 3x + 7y = 13 \\ 8x - 3y = 13 \end{cases}$

$$\begin{cases} 9x + 21y = 39 \\ 56x - 21y = 91 \end{cases}$$

$$65x = 130; x = 2$$

$$y = \frac{8x - 13}{3} = 1$$

ОТВЕТ: (2; 1)

2) $\begin{cases} 3x - y - 6 = 0 \\ 2x - 3y + 3 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} 9x - 3y - 18 = 0 \\ 2x - 3y + 3 = 0 \end{cases}$$

$$7x = 21; x = 3$$

$$y = 3x - 6 = 3$$

ОТВЕТ: (3; 3)

4) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x + y + 9 = 0 \end{cases}$

$$5x = -5$$

$$x = -1$$

$$y = 2x - 4 = -6$$

ОТВЕТ: (-1; -6)

6) $\begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ -8y = 3x + 7 \end{cases}$

$$-13y = 13$$

$$y = -1$$

$$x = \frac{-8y - 7}{3} = \frac{1}{3}$$

ОТВЕТ: $\left(\frac{1}{3}; -1\right)$

$$724. 1) \begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{2} = 5 \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 0,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 5y = 50 \\ 5x - 4y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x + 20y = 200 \\ 24x - 20y = 50 \end{cases}$$

$$33x = 250$$

$$x = \frac{250}{33}$$

$$y = \frac{5x + 10}{4} = \frac{\frac{1250}{33} + 10}{4} = \frac{1580}{33 \cdot 4} = \frac{395}{33}$$

$$\text{ОТВЕТ: } \left(\frac{250}{33}; \frac{395}{33} \right)$$

$$2) \begin{cases} \frac{2x}{3} - \frac{5y}{4} = -3 \\ \frac{5x}{6} - \frac{7y}{8} = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x - 15y = -36 \\ 40x - 42y = -48 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 40x - 75y = -180 \\ 40x - 42y = -48 \end{cases}$$

$$-33y = -132$$

$$y = 4$$

$$x = \frac{15y - 36}{8} = 3$$

$$\text{ОТВЕТ: } (3; 4)$$

$$3) \begin{cases} \frac{x+y}{3} + y = 9 \\ \frac{x-y}{3} - x = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 4y = 27 \\ -2x - y = -12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 8y = 54 \\ -2x - y = -12 \end{cases}$$

$$7y = 42$$

$$y = 6$$

$$x = 27 - 4y = 3$$

$$\text{ОТВЕТ: } (3; 6)$$

$$4) \begin{cases} \frac{x+y}{2} = \frac{1}{3} \\ x - y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 3y = 2 \\ 2x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 6y = 4 \\ 6x - 6y = 3 \end{cases}$$

$$12x = 7$$

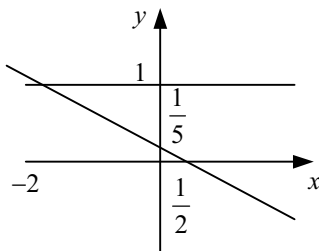
$$x = \frac{7}{12}$$

$$y = \frac{2x - 1}{2} = \frac{\frac{7}{12} - 1}{2} = \frac{1}{12}$$

$$\text{ОТВЕТ: } \left(\frac{7}{12}; \frac{1}{12} \right)$$

725. 1)
$$\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

x	0	$\frac{1}{2}$
y	$\frac{1}{5}$	0



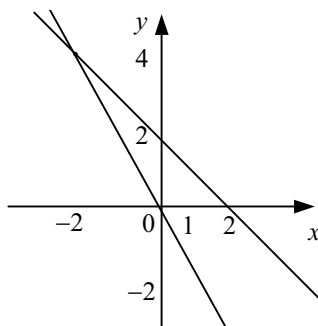
$(-2; 0)$ – точка пересечения

Ответ: $(-2; 0)$.

2)
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

$(-2; 4)$ – точка пересечения

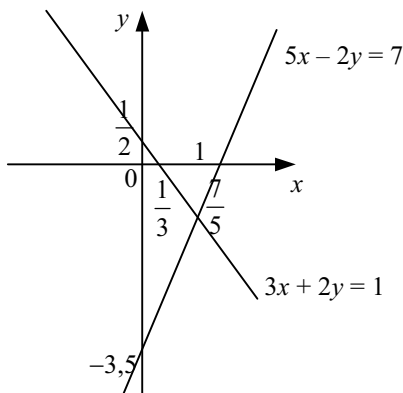
Ответ: $(-2; 4)$



3)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 5x - 2y = 7 \end{cases}$$

x	0	$\frac{1}{3}$
y	$\frac{1}{2}$	0

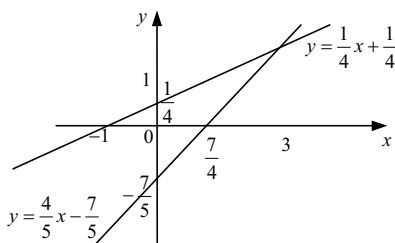
x	0	$\frac{7}{5}$
y	$-3,5$	0



$(1; -1)$ – точка пересечения

Ответ: $(1; -1)$

$$4) \begin{cases} 4x - 5y - 7 = 0 \\ 2x - 8y + 2 = 0 \end{cases}$$



x	0	$\frac{7}{4}$
y	$-\frac{7}{5}$	0

x	0	-1
y	$\frac{1}{4}$	0

(3; 1) – точка пересечения

Ответ: (3; 1)

- 726.** Пусть во втором баке x л жидкости, тогда в первом – $4x$ л жидкости. Составим уравнение:

$$(4x - 10) \cdot 1,5 = x + 10$$

$$6x - 15 = x + 10; 5x = 25$$

$x = 5$ – столько литров во 2-м баке

$4x = 20$ – столько литров в 1-м баке

Ответ: 20 л; 5 л.

- 727.** Пусть x р. – стоимость 1 пары гольф, y р. – стоимость 1 пары носков. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ x + 4y = 14 \end{cases}; \begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 2x + 8y = 28 \end{cases}$$

$5y = 15; y = 3$ – столько стоит 1 пара носков

$x = 14 - 4y = 2$ – столько стоит 1 пара гольф.

Ответ: 2 р.; 3 р.

- 728.** Пусть x – числитель дроби, y – знаменатель дроби. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x+3}{y} = 1 \\ \frac{x}{y+2} = \frac{1}{2} \end{cases} \cdot 4 \begin{cases} x+3 = y \\ 2x = y+2 \end{cases}$$

$x = 5$ – числитель; $y = 8$ – знаменатель; $\frac{5}{8}$ – искомая дробь.

Ответ: $\frac{5}{8}$.

- 729.** Пусть x км/ч – собственная скорость теплохода, y км/ч – скорость течения реки. Тогда $(x + y)$ км/ч – скорость теплохода по течению, $(x - y)$ км/ч – скорость теплохода против течения. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} (x + y) \cdot 3\frac{1}{3} = 80 \\ (x - y) \cdot 5 = 80 \end{cases}; \begin{cases} x + y = 24 \\ x - y = 16 \end{cases}$$

$2x = 40$; $x = 20$ (км/ч) – скорость теплохода

$y = 4$ (км/ч) – скорость течения реки.

Ответ: 4 км/ч, 20 км/ч.

730. 1) $\frac{4x-3}{2} - \frac{5-2x}{3} - \frac{3x-7}{6} = 0$

$$12x - 9 - 10 + 4x - 3x + 7 = 0$$

$$13x - 12 = 0; x = \frac{12}{13}$$

Ответ: $\frac{12}{13}$.

2) $\frac{2x-3}{2} - \frac{3-4x}{4} - \frac{3-5x}{8} = 0$

$$8x - 12 - 6 + 8x - 3 + 5x = 0; 21x = 21; x = 1$$

Ответ: 1.

3) $\frac{x+4}{5} - \frac{x+3}{3} = x-5 - \frac{x-2}{2}$

$$6x + 24 - 10x - 30 = 30x - 150 - 15x + 30; 19x = -114; x = 6$$

Ответ: 6.

4) $\frac{5x}{6} - \frac{1-3x}{5} = x - \frac{x-7}{15} - 1$

$$25x - 6 + 18x = 30x - 2x + 14 - 30; 15x = -10; x = -\frac{2}{3}$$

Ответ: $-\frac{2}{3}$.

- 731.** Пусть по плану цех должен был изготавливать x деталей в день. Значит, всего должен был сделать $10x$. Составим уравнение:

$$(x + 2) \cdot 9 = 10x + 3; 9x + 18 = 10x + 3$$

$x = 15$ – столько деталей в день должен был изготавливать цех по плану. $10x = 150$

Ответ: 150.

732. $y = kx + b$

$A = (-1; 1)$ и $B = (2; 3)$

Найдем k и b :

$$\begin{cases} 1 = -k + b \\ 3 = 2k + b \end{cases}; 3k = 2$$

$$k = \frac{2}{3}; b = 1 + k = 1\frac{2}{3}$$

Ответ: $k = \frac{2}{3}, b = \frac{5}{3}$.

733. $y = kx - 1$

Т.к. график функции проходит через точку $(-3; 2)$, то:

$$2 = -3k - 1$$

$$k = -1$$

Ответ: $k = -1$.

734. 1)
$$\begin{cases} \frac{9x - y}{7} + 2y = 3 \\ \frac{12x + 5y}{3} - 3x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x - y + 14y = 21 \\ 12x + 5y - 9x = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x + 13y = 21 \\ 3x + 5y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x + 13y = 21 \\ 9x + 15y = 27 \end{cases}$$

$$2y = 6$$

$$y = 3$$

$$x = \frac{9 - 5y}{3} = \frac{9 - 15}{3} = -2$$

Ответ: $(-2; 3)$.

2)
$$\begin{cases} \frac{11x + 3y}{9} - 3x = -5 \\ \frac{14x - 9y}{11} + 5y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 11x + 3y - 27x = -45 \\ 14x - 9y + 55y = 88 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y - 16x = -45 \\ 46y + 14x = 88 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y - 16x = -45 \\ 23y + 7x = 44 \end{cases}$$

$$y = \frac{16}{3}x - 15$$

$$23\left(\frac{16}{3}x - 15\right) + 7x = 44$$

$$368x - 1035 + 7x = 44$$

$$x = 3$$

$$y = \frac{16}{3} \cdot 3 - 15 = 1$$

Ответ: $(3; 1)$.

$$3) \begin{cases} \frac{x+5y}{2} + \frac{11x-2y}{8} = \frac{2x-4y+6}{5} \\ \frac{2x-3y}{7} - \frac{y-2x}{5} = \frac{2(9x+7y)}{11} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20x+100y+55x-10y=16x-32y+48 \\ 110x-165y-77y+154x=630x+490y \\ 59x+122y=48 \\ -366x-732y=0 \end{cases}$$

$$x = -2y$$

$$-118y + 122y = 48$$

$$4y = 48$$

$$y = 12$$

$$x = -2y = -24$$

Ответ: $(-24; 12)$.

- 735.** Пусть x р. – стоимость метра шерсти, y р. – стоимость метра шелка. Составим первое уравнение:

$$5x + 4y = 50$$

После изменения цен метр шерсти стал стоить $0,75x$, а метр шелка – $0,85y$. Тогда составим второе уравнение:

$$6 \cdot 0,75x + 5 \cdot 0,85y = 48,25$$

Имеем систему:

$$\begin{cases} 5x + 4y = 50 \\ 4,5x + 4,25y = 48,25 \end{cases}$$

$$x = 10 - 0,8y$$

$$4,5(10 - 0,8y) + 4,25y = 48,25$$

$$45 - 3,6y + 4,25y = 48,25$$

$$0,65y = 3,25$$

$$y = 5 \text{ – стоимость метра шелка}$$

$$x = 10 - 0,8 \cdot 5 = 6 \text{ – стоимость метра шерсти.}$$

Ответ: 6 р., 5 р.

- 736.** Пусть сестре – x лет, тогда брату – $(x - 6)$ лет. Через год сестре будет $(x + 1)$ год, брату – $((x - 6) + 1)$ год. Составим уравнение:

$$(x + 1) = 2(x - 6 + 1)$$

$$x + 1 = 2x - 10$$

$$x = 11$$

$$x - 6 = 5$$

Ответ: сестре – 11 лет, брату – 5 лет.

737. Пусть x км – часть пути под уклон. Тогда $(63 - x)$ км – горизонтальная часть пути. Составим уравнение:

$$\frac{x}{42} + \frac{63-x}{56} = 1,25; 4x + 63 \cdot 3 - 3x = 210; x = 21$$

Ответ: 21 км пути под уклон.

738. 1) $(x^2 - 9)^2 - (x + 3)^2$
 $(x^2 - 9)^2 - (x + 3)^2 = (x - 3)^2(x + 3)^2 - (x + 3)^2 = (x + 3)^2((x - 3)^2 - 1) =$
 $= (x + 3)^2(x - 3 - 1)(x - 3 + 1) = (x + 3)^2(x - 4)(x - 2)$

2) $(x^2 - 9)^2 - (x + 3)^2 = 0$

$(x + 3)^2(x - 4)(x - 2) = 0$, если $x_1 = -3$ или $x_2 = 2$ или $x_3 = 4$

3) $(x^2 - 9)^2 - (x + 3)^2 = x^4 - 18x^2 + 81 - x^2 - 6x - 9 =$
 $= x^4 - 19x^2 - 6x + 72$

4) При $x = -3$ выражение равно 0

При $x = 3$: $(x^2 - 9)^2 - (x + 3)^2 = 0 - 6^2 = -36$

5) $\frac{(x^2 - 9)^2 - (x + 3)^2}{(x + 3)^2} = \frac{(x + 3)^2(x^2 - 6x + 8)}{(x + 3)^2} = x^2 - 6x + 8$

739. 1) $A = (2x - 3)^2 - (x + 2)^2 = 4x^2 - 12x + 9 - x^2 - 4x - 4 = 3x^2 - 16x + 5 =$
 $= (3x^2 - 6x) - (10x - 5) = 3x(x - 2) - 5(x - 2) = (x - 2)(3x - 5)$
 $B = (2x^2 - 2x) - 10x + 10 = 2x(x - 1) - 10(x - 1) = 2(x - 1)(x - 5)$

2) $A = 0$ при $x = \frac{1}{3}$; $x = 5$ $B = 0$ при $x = 1$; $x = 5$

3) $\frac{A}{B} = \frac{3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x - 5)}{2(x - 1)(x - 5)} = \frac{3x - 1}{2(x - 1)}$

При $x = -\frac{1}{3}$ $\frac{A}{B} = \frac{-1 - 1}{2\left(-\frac{4}{3}\right)} = \frac{3}{4}$ При $x = -1$ $\frac{A}{B} = \frac{-3 - 1}{2(-1 - 1)} = 1$

4) $\frac{A}{B} = 0$; $\frac{3x - 1}{2(x - 1)} = 0$; $x = \frac{1}{3}$

740. 1) $y = kx + b$

Так как график проходит через точки $(-1; 1)$, $(2; -3)$, то

$$\begin{cases} 1 = -k + b \\ -3 = 2k + b \end{cases}; 3k = -4$$

$k = -\frac{4}{3}$; $b = -\frac{1}{3}$

$$2) y = -2x - 1$$

Точка $(-3; 5)$:

$$5 = 6 - 1 = 5 \Rightarrow \text{график функции проходит через т. } (-3; 5)$$

Точка $(-1; 2)$

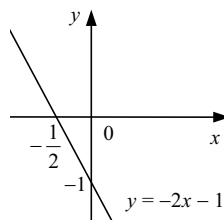
$2 = 2 - 1 = 1$ – неверно, значит, график функции не проходит через т. $(-1; 2)$

$$3) y = -2x - 1$$

x	0	$-\frac{1}{2}$
y	-1	0

$(0; -1)$ – точка пересечения с oy

$\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ – точка пересечения с ox



$$4) y = -2x - 1; -2x - 1 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$5) y = -2x - 1$$

$y > 0$ при $x = -1, x = -2, x = -3 \dots$

$$6) \begin{cases} y = -2x - 1 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$5 = -2x - 1; x = -3$$

$(-3; 5)$ – точка пересечения графиков.

741. Пусть x дней – кол-во дней по плану. Тогда $60x$ ц – кол-во рыбы, которое должны были выловить по плану. Составим уравнение:

$$65(x - 3) - 20 = 60x; 65x - 195 - 20 = 60x$$

$$5x = 215$$

$x = 43$ – столько дней работы по плану.

$$60x = 60 \cdot 43 = 2580$$

Ответ: 2580 ц.

742. Пусть x га засеяли трактористы в 1-й день.

Тогда во второй день они засеяли $1,25x$ га, а в третий –

$1,25x + \frac{1}{5} \cdot 1,25x = 1,5x$ (га). Известно, что всего засеяли 500 га.

$$\text{Составим уравнение: } x + 1,25x + 1,5x + 1,25x + 1,25x = 500$$

$$6,25x = 500; x = 80 \text{ – было засеяно в первый день.}$$

Ответ: 80 га.

743. 1) $(1-a)(1+a+a^2)+a^3=1-a^3+a^3=1$
 2) $(b+3)(b^2-3b+9)-27=b^3+27-27=b^3$
 3) $\left(\frac{1}{2}-c^2\right)\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}c^2+c^4\right)+c^6=\frac{1}{8}+\frac{1}{4}c^2+\frac{1}{2}c^4-\frac{1}{4}c^2-$
 $-\frac{1}{2}c^4-c^6+c^6=\frac{1}{8}$
 4) $40\left(2a^2+\frac{1}{3}\right)\left(4a^4-\frac{2}{3}a^2+\frac{1}{9}\right)-\frac{1}{27}=8a^6-\frac{4}{3}a^4+\frac{2}{9}a^2+$
 $+\frac{4}{3}a^4-\frac{2}{9}a^2+\frac{1}{27}-\frac{1}{27}=8a^6$

744. 1) $(2a-b)^2-(2a-b)(2a+b)=4a^2-4ab+b^2-4a^2+b^2=-4ab$
 2) $(1-a)^2(1+a)^2-(1-a^4)=(1-a^2)^2-(1-a^4)=$
 $=1-2a^2+a^4-1+a^4=2a^4-2a^2=2a^2(a^2-1)$
 3) $(2a+b)^2-9(a+b)^2=4a^2+4ab+b^2-9a^2-18ab-9b^2=$
 $=-5a^2-14ab-8b^2$
 4) $(a-2b)^2-25(3a-b)^2=a^2-4ab+4b^2-225a^2+150ab-$
 $-25b^2=-224a^2+146ab-21b^2$

745. 1) $a^3b^6c^3-1=(ab^2c-1)(a^2b^4c^2+ab^2c+1)$
 2) $8a^2b^3+125c^3=(2ab+5c)(4a^2b^2-10abc+25c^2)$
 3) $(a-1)^2+2(a-1)+1=(a-1+1)^2=a^2$
 4) $(4a-1)^2+2(4a-1)+1=(4a-1+1)^2=16a^2$

746. 1) $4ab^2+15abc-4bcd-15c^2d=ab(4b+15c)-cd(4b+15c)=$
 $= (4b+15c)(ab-cd)$
 2) $m^3-m^2+m-1=m^2(m-1)+(m-1)=(m-1)(m^2+1)$
 3) $a^2+b^2-c^2+2ab=(a+b-c)(a+b+c)$
 4) $1+2ab-a^2-b^2=1-(a-b)^2=(1-a+b)(1+a-b)$
 5) $(a+3)^2-6(a+3)+9=(a+3-3)^2=a^2$
 6) $(m-1)(m^2-7m)+(m-1)(5m+1)=(m-1)(m^2-7m+5m+1)=$
 $= (m-1)(m-1)^2=(m-1)^3$

747. 1) $\left(m^2+\frac{1}{m^2}+2\right):\left(m+\frac{1}{m}\right)-\frac{m^3}{m^2-1}=$
 $=\frac{\left(m^4+2m^2+1\right) \cdot m}{m^2\left(m^2+1\right)}-\frac{m^3}{m^2-1}=$
 $=\frac{\left(m^2+1\right)^2}{m\left(m^2+1\right)}-\frac{m^3}{m^2-1}=\frac{m^2+1}{m}-\frac{m^3}{m^2-1}=\frac{m^4-1-m^4}{m\left(m^2-1\right)}=\frac{-1}{m\left(m^2-1\right)}$

$$2) \frac{x^2 + y^2}{x} : \left(x^3 + \frac{y^4}{x} + 2xy^2 \right) - \frac{1}{x^2 y^2} = \frac{(x^2 + y^2) \cdot x}{x(x^4 + y^4 + 2x^2 y^2)} - \frac{1}{x^2 y^2} = \frac{1}{(x^2 + y^2)} - \frac{1}{x^2 y^2} = \frac{x^2 y^2 - x^2 - y^2}{x^2 y^2 (x^2 + y^2)}$$

$$3) \left(\frac{9m^2 - 3n^2}{4mn} - \frac{m - 4n}{5n} \right) : \left(\frac{2m + n}{3m} - \frac{5n^2 - 3m^2}{1m^2} \right) = \left(\frac{45m^2 - 15n^2 - 4m^2 + 16mn}{20mn} \right) : \left(\frac{32m^2 + 16mn - 15n^2 + 9m^2}{48m^2} \right) = \frac{(41m^2 - 15n^2 + 16mn) \cdot 48m^2}{20mn(41m^2 - 15n^2 + 16mn)} = \frac{12}{5} \frac{m}{n}$$

$$4) \left(\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} \right) : \left(\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} + \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \right) = \frac{((a+b)^2 + (a-b)^2)(a^4 - b^4)}{(a^2 - b^2)((a^2 + b^2)^2 + (a^2 - b^2)^2)} = \frac{(2a^2 + 2b^2)(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)}{(a^2 - b^2)(2a^4 + 2b^4)} = \frac{(a^2 + b^2)^2}{a^4 + b^4}$$

$$5) \left(\frac{a+4b}{2b} - \frac{6b}{4b-a} \right) \left(1 - \frac{a^2 - 2ab + 4b^2}{a^2 - 4b^2} \right) = \frac{(16b^2 - a^2 - 12b^2)(a^2 - 4b^2 - a^2 + 2ab - 4b^2)}{2b(4b-a)(a^2 - 4b^2)} = \frac{(4b^2 - a^2)(2ab - 8b^2)}{2b(4b-a)(a^2 - 4b^2)} = \frac{2b(4b-a)}{2b(4b-a)} = 1$$

$$6) \left(\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} \right)^2 - \left(\frac{2ab}{a^2 - b^2} \right)^2 = \frac{(a^2 + b^2)^2 - 4a^2 b^2}{(a^2 - b^2)^2} = \frac{a^4 - 2a^2 b^2 + b^4}{(a^2 - b^2)^2} = \frac{(a^2 - b^2)^2}{(a^2 - b^2)^2} = 1$$

748. 1) $a^2 - 2a - 3 = (a^2 - 3a) + (a - 3) = a(a - 3) + (a - 3) = (a - 3)(a + 1)$
 2) $b^2 - 7b + 12 = (b^2 - 3b) - (4b - 12) = b(b - 3) - 4(b - 3) = (b - 3)(b - 4)$
 3) $a^3 + a^2 - 12 = (a^3 - 8) + (a^2 - 4) = (a - 2)(a^2 + 2a + 4) + (a - 2)(a + 2) = (a - 2)(a^2 + 2a + 4 + a + 2) = (a - 2)(a^2 + 3a + 6)$
 4) $x^3 - 7x + 6 = (x^3 - 1) - 7(x - 1) = (x - 1)(x^2 + x + 1) - 7(x - 1) = (x - 1)(x^2 + x - 6) = (x - 1)(x - 2)(x + 3)$
 5) $m^2 - 7m + 10 = (m^2 - 2m) - (5m - 10) = m(m - 2) - 5(m - 2) = (m - 2)(m - 5)$
 6) $m^2 - m - 2 = (m^2 - 2m) + (m - 2) = m(m - 2) + (m - 2) = (m - 2)(m + 1)$

749. 1) $\left(\frac{2a}{2a+b} - \frac{4a^2}{4a^2+4ab+b^2}\right) : \left(\frac{2a}{4a^2-b^2} + \frac{1}{b-2a}\right) =$
 $= \frac{(2a(2a+b) - 4a^2)(4a^2 - b^2)}{(2a+b)^2(2a-2a-b)} = \frac{2ab(2a-b)(2a+b)}{-b(2a+b)^2} = -\frac{2a(2a-b)}{2a+b}$
 2) $\left(\frac{2q}{p+2q} - \frac{4q^2}{p^2+4pq+4q^2}\right) : \left(\frac{2q}{p^2-4q^2} + \frac{1}{2q-p}\right) =$
 $= \frac{(2q(p+2q) - 4q^2)(p^2 - 4q^2)}{(p+2q)^2(2q-p-2q)} = \frac{2pq(p-2q)(p+2q)}{(p+2q)^2(-p)} = -\frac{2q(p-2q)}{p+2q}$
 3) $\left(\frac{1}{1-a} - 1\right) : \left(a + \frac{1-2a^2}{1-a} - 1\right) =$
 $= \left(\frac{1-1+a}{1-a}\right) : \left(\frac{a-a^2+1-2a^2-1+a}{1-a}\right) = \frac{a(1-a)}{(1-a)(2a-3a^2)} = \frac{1}{2-3a}$
 4) $\left(\frac{p}{p^2-4} + \frac{2}{2-p} + \frac{1}{p+2}\right) : \left(p-2 + \frac{10-p^2}{p+2}\right) =$
 $= \frac{(p-2(p+2)+p-2)(p+2)}{(p-2)(p+2)(6p^2-4+10-p^2)} = \frac{-6}{6(p-2)} = \frac{-1}{p-2}$

750. 1) $y = x + b$
 Т.к. график проходит через точку (3; 10), то $10 = 3 + b$, $b = 7$
 2) $y = 3x + b$; $10 = 9 + b$, $b = 1$
 3) $y = -\frac{1}{3}x + b$; $10 = -1 + b$, $b = 11$
 4) $y = -\frac{1}{2}x + b$; $10 = -\frac{3}{2} + b$, $b = 11\frac{1}{2}$

751. 1) $A(-6; -3), B(2; -3)$

$$y = kx + b$$

Составим систему:

$$\begin{cases} -3 = -6k + b \\ -3 = 2k + b \end{cases}$$

$$8k = 0$$

$$k = 0$$

$$b = -3$$

$$y = -3$$

3) $A(2; 2), B(0; 4)$

$$y = kx + b$$

Составим систему:

$$\begin{cases} 2 = 2k + b \\ 4 = b \end{cases}$$

$$b = 4$$

$$k = -1$$

$$y = -x + 4$$

2) $A(-4; -4), B(3; 3)$

$$y = kx + b$$

Составим систему:

$$\begin{cases} -4 = -4k + b \\ 3 = 3k + b \end{cases}$$

$$7k = 7$$

$$k = 1$$

$$b = 0$$

$$y = x$$

4) $A(3; -8), B(-5; 32)$

$$y = kx + b$$

Составим систему:

$$\begin{cases} -8 = 3k + b \\ 32 = -5k + b \end{cases}$$

$$8k = -40$$

$$k = -5$$

$$b = 7$$

$$y = -5x + 7$$

752. Пусть x км – горизонтальная часть, y км – часть пути в гору.

Тогда составим уравнение движения в одну сторону:

$$\frac{x}{10} + \frac{y}{3} = 1 \frac{2}{3}$$

В обратную сторону:

$$\frac{y}{15} + \frac{x}{12} = \frac{58}{60}$$

Получим систему:

$$\begin{cases} \frac{x}{10} + \frac{y}{3} = \frac{5}{3} \\ \frac{y}{15} + \frac{x}{12} = \frac{58}{60} \end{cases}; \begin{cases} 3x + 10y = 50 \\ 4y + 5x = 58 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 15x + 50y = 250 \\ 15x + 12y = 174 \end{cases}$$

$38y = 76; y = 2$ – часть пути в гору

$$x = \frac{50 - 10y}{3} = \frac{50 - 20}{3} = 10 \text{ – горизонтальная часть пути.}$$

$$S = x + y = 10 + 2 = 12 \text{ (км)}$$

Ответ: 12 км.

753. Пусть x км/ч – скорость велосипедиста, y км – расстояние между A и B . Тогда $\frac{y}{x}$ ч – время движения. Составим систему

уравнения:

$$\begin{cases} \frac{y}{x+3} = \frac{y}{x} - 1 \\ \frac{y}{x-2} = \frac{y}{x} + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = xy + 3y - x^2 - 3x \\ xy = xy - 2y + x^2 - 2x \end{cases}; \begin{cases} x^2 + 3x - 3y = 0 \\ x^2 - 2x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$y = 5x$$

$$x^2 + 3x - 15x = 0$$

$$x^2 - 12x = 0$$

$$x = 0 - \text{не подходит}$$

$$x = 12 - \text{скорость велосипедиста}$$

$$y = 60 - \text{путь}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{60}{12} = 5 - \text{время движения}$$

Ответ: 60 км, 12 км/ч, 5 ч.

754. Пусть x – было лошадей, y – кол-во сена. Тогда $\frac{y}{x}$ – кол-во

дней, на которое был сделан запас сена. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{y}{x-2} = \frac{y}{x} + 10 \\ \frac{y}{x+2} = \frac{y}{x} - 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = xy - 2y + 10x^2 - 20x \\ xy = xy + 2y - 6x^2 - 12x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x^2 - 10x - y = 0 \\ 3x^2 + 6x - y = 0 \end{cases}; \begin{cases} 15x^2 - 30x - 3y = 0 \\ 15x^2 + 30x - 5y = 0 \end{cases}$$

$$60x - 2y = 0$$

$$y = 30x$$

$$5x^2 - 10x - 30x = 0$$

$$x^2 - 8x = 0$$

$x = 0$ – не подходит

$x = 8$ – столько было лошадей

$y = 240$ – кол-во сена

$$\frac{y}{x} = \frac{240}{8} = 30 \text{ – на столько дней был сделан запас сена.}$$

Ответ: 8 лошадей, 30 дней.

- 755.** Пусть x ч – время, за которое первая труба отдельно наполняет бассейн. Тогда $(x + 6)$ ч – время, за которое вторая труба отдельно наполняет бассейн. Примем объем бассейна за 1. Тогда составим уравнение:

$$x = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} (x + 6) \right)$$

$$6x = 2x + 12$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$

$$x + 6 = 9$$

Ответ: 3 ч, 9 ч.

Старинные задачи

- 756.** Пусть x – столько мешков нес мул, y – столько мешков несла ослица.

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + 1 = 2(y - 1) \\ x - 1 = y + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y = -3 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$y = 5$ – столько мешков было у ослицы

$x = 2 + y = 7$ – столько мешков было у мула

Ответ: 5 мешков, 7 мешков.

- 757.** Пусть a – стоимость вещи. Пусть у первого лица было x вещей и y монет; у второго было u вещей и v монет. Так как капиталы у них были равны, то составим уравнение:

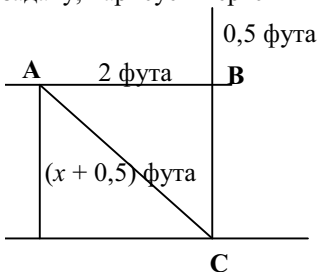
$$xa + y = ua + v$$

$$a(x - u) = v - y$$

$$a = \frac{v - y}{x - u}$$

Ответ: стоимость вещи равна отношению разности количества денег и разности количества вещей.

758. Чтобы решить задачу, нарисуете чертёж



Пусть часть лотоса под водой равна x футов – это и есть глубина озера. Тогда вся длина лотоса – $(x + 0,5)$ фута. x найдем по теореме Пифагора из треугольника ABC , где $AB = 2$, $BC = x$, $AC = x + 0,5$.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$(x + 0,5)^2 = 2^2 + x^2$$

$$x^2 + x + 0,25 = 4 + x^2$$

$$x = 3,75$$

Ответ: глубина озера 3,75 фута.

759. Пусть это число x . Так как оно делится на 9 и даст в остатке 1, то можно его записать в виде:

$$x = 9n + 1$$

Также при делении на 9 дает остаток 8. Тогда число x можно записать:

$$x = 9m + 8 = 9k - 1$$

$$x^2 = (9k - 1)^2 = 9^2 k^2 - 18k + 1$$

$$x^2 = (9n + 1)^2 = 9^2 n^2 + 18n + 1$$

Понятно, что при делении x^2 на 9 получим в остатке 1.

Что и требовалось доказать.

760. Каждый из старших братьев заплатил по 800 рублей двум младшим. Значит, каждый старший заплатил 1600 р. Всего они заплатили 4800 р. Младшие поделили поровну и у них стало по 2700 р. У всех пяти братьев стало одинаково, значит, дома стоят по 2400 р.

761. Пусть первому x лет, второму y лет. Разница в возрасте между ними $(x - y)$ лет. Когда первому было столько лет, сколько второму теперь, тогда второму было $(y - (x - y))$ лет. Известно, что сейчас первому в 2 раза больше. Поэтому составим первое уравнение:

$$x = 2(y - (x - y))$$

Когда второму станет столько лет, сколько первому сейчас, т.е. x лет, то первому станет $(x + (x - y))$ лет. Известно, что всего им тогда будет 63 года.

Составим второе уравнение:

$$63 = x + (x + (x - y)) = 3x - y$$

Имеем систему:

$$\begin{cases} x = 2(y - (x - y)) \\ 63 = 3x - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = 4y \\ 63 = 3x - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = 4y \\ 63 = 3y \end{cases}$$

$$y = 21$$

$$x = \frac{4}{3} \cdot 21 = 28$$

Ответ: первому – 28 лет,
второму – 21 год.

762. Пусть x – столько лет 1-му сыну, y – столько лет второму сыну.

Составим уравнение:

$$xy + x + y = 14$$

$$x(y + 1) + y - 14 = 0$$

$$x(y + 1) + (x + 1) - 15 = 0$$

$$(y + 1)(x + 1) = 15$$

Так как числа целые, то:

$$\left[\begin{cases} y + 1 = 1 \\ x + 1 = 15 \end{cases} \right. \text{ – не подходит}$$

$$\left[\begin{cases} y + 1 = 15 \\ x + 1 = 1 \end{cases} \right. \text{ – не подходит}$$

$$\left[\begin{cases} y + 1 = 3 \\ x + 1 = 5 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{cases} y = 2 \\ x = 4 \end{cases} \right.$$

$$\left[\begin{cases} y + 1 = 5 \\ x + 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{cases} y = 4 \\ x = 2 \end{cases} \right.$$

Ответ: одному сыну 2 года,
второму сыну 4 года.

763. Пусть было x зайцев.

После обмена крестьянин получил $\frac{3x}{2}$ кур.

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{3x}{2} = \frac{x}{2} - \text{кол-во яиц, которое снесла каждая курица.}$$

$$\frac{3x}{2} \cdot \frac{x}{2} = \frac{3x^2}{4} - \text{кол-во всех снесенных яиц.}$$

За каждый 9 яиц крестьянин получил $\frac{x}{2}$ копеек.

Всего он получил 72 копейки.

Составим уравнение:

$$\frac{3x^2}{4} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{x}{2} = 72$$

$$x^3 = 1728$$

$x = 12$ – столько было зайцев

$$\frac{3x}{2} = \frac{3 \cdot 12}{2} = 18 - \text{столько было кур.}$$

Ответ: 18 кур, 12 зайцев.

Задачи для внеклассной работы

764. $16^{11} = (2^4)^{11} = 2^{44} = 2^{39} \cdot 2^5 = 2^{39} \cdot 32$

$$\Rightarrow 16^{11} - 2^{39} = 2^{39}(32 - 1) = 2^{39} \cdot 31, \text{ ч.т.д.}$$

765. $333^{777} = 333 \cdot 333^{776} = 3 \cdot 111 \cdot 333^{776} = 3 \cdot 3 \cdot 37 \cdot 333^{776}$

$$777^{333} = 7 \cdot 111 \cdot 777^{332} = 7 \cdot 3 \cdot 111 \cdot 777^{332}$$

$$\Rightarrow 333^{777} + 777^{333} = 37 \cdot (9 \cdot 333^{776} + 21 \cdot 777^{332}), \text{ ч.т.д.}$$

766. 1) $2^{187} = 2^{184} \cdot 2^3 = 8 \cdot (2^4)^{46} = 8 \cdot 16^{46}$

16^{46} заканчивается на 6, т.к. при умножении чисел с последней цифрой 6 получается число также с последней цифрой 6.

$$6 \cdot 8 = 48 \Rightarrow \text{последняя цифра числа } 2^{187} \text{ есть 6.}$$

$$2) 3^{115} = 3^3 \cdot 3^{112} = 3^3 \cdot (3^4)^{28} = 27 \cdot (81)^{28}$$

т.к. последняя цифра числа $(81)^{28}$ есть 1, то последняя цифра числа 3^{115} есть 7.

$$3) 7^{158} = 7^2 \cdot 7^{156} = 49 \cdot (7^4)^{39} = 49 \cdot (49^2)^{39} = 49 \cdot 2401^{39}$$

последняя цифра числа 2401^{39} есть 1 \Rightarrow последняя цифра числа 7^{158} есть 9.

- 767.** 1) $32^{365} = (16 \cdot 2)^{365} = 16^{365} \cdot 2 \cdot 16^{91} = 16^{447} \cdot 2$
 16^{447} заканчивается на 6 $\Rightarrow 32^{365}$ заканчивается на 2.
 $43^{241} = 43 \cdot 43^{240} = 43 \cdot (43^4)^{60}$
 43^4 заканчивается на 1 $\Rightarrow (43^4)^{60}$ заканчивается на 1 $\Rightarrow 43^{241}$ заканчивается на 3 \Rightarrow число $32^{365} + 43^{241}$ заканчивается на $2 + 3 = 5$.
 2) $27^{358} = 27^2 \cdot 27^{356} = 27^2 \cdot (27^4)^{89}$
 27^4 заканчивается на 1 $\Rightarrow (27^4)^{89}$ заканчивается на 1
 27^2 заканчивается на 9 $\Rightarrow 27^{358}$ заканчивается на 9.
 $53^{275} = 53^3 \cdot 53^{272} = 53^3 \cdot (53^4)^{68}$
 53^4 заканчивается на 1 $\Rightarrow 53^3$ заканчивается на 7 $\Rightarrow 53^{275}$ заканчивается на 7 $\Rightarrow 27^{358} + 53^{275}$ заканчивается на 6.
- 768.** Число $32^{365} + 43^{241}$ заканчивается на 5 (см. № 757(1)) \Rightarrow оно делится на 5.
- 769.** $132 = 66 \cdot 2 = 11 \cdot 6 \cdot 2 = 11 \cdot 12$
 $576 = 6 \cdot 96 = 6 \cdot 2 \cdot 48 = 48 \cdot 12$
 $\Rightarrow 132^2 + 576^3 = 12^2(11^2 + 48^3 \cdot 12)$, ч. т. д.
- 770.** $10^{23} + 10^{19} - 182$ делится на 2, т.к. 10 делится на 2 и 182 делится на 2.
 Осталось доказать, что данное число делится на 9.
 $10^{23} + 10^{19} - 182 = (10^{23} - 1) + (10^{19} - 1) - 180$
 Если из степени числа 10 с натуральным показателем вычесть единицу, то получится число, все цифры которого равны 9.
 \Rightarrow число $(10^{23} - 1)$ делится на 9,
 число $(10^{19} - 1)$ делится на 9,
 число $180 = 9 \cdot 20$ – делится на 9.
 \Rightarrow данное число делится на 2 и на 9
 \Rightarrow оно делится на $2 \cdot 9 = 18$.
- 771.** $n^3 + 11n = (n^3 - n) + 12n = n(n^2 - 1) + 12n = n(n - 1)(n + 1) + 12n$
 $12n = 6 \cdot 2n$, т.е. делится на 6.
 Покажем, что число $(n - 1)n(n + 1)$, которое есть произведение 3-х последовательных натуральных чисел, делится на 6.
 Среди чисел $(n - 1)$, n , $(n + 1)$ явно есть хотя бы одно четное \Rightarrow число $(n - 1)n(n + 1)$ делится на 2. И среди чисел $(n - 1)$, n , $(n + 1)$ есть одно, которое делится на 3, т.к. числа кратные трем в ряде натуральных чисел идут через каждые 2 числа.
 \Rightarrow число $(n - 1)n(n + 1)$ делится на 2 и на 3 \Rightarrow делится на 6 \Rightarrow число $n^3 + 11n$ делится на 6.

772. 1) $n^3 + 3n^2 + 5n + 105 = (n^3 - n) + (3n^2 + 6n + 3 \cdot 35) =$
 $= n(n^2 - 1) + 3(n^2 + 2n + 35) = (n - 1)n(n + 1) + 3(n^2 + 2n + 35)$
 Число $3(n^2 + 2n + 35)$ делится на 3 и число $(n - 1)n(n + 1)$ делится на 3 (см. № 771) \Rightarrow данное число делится на 3.

$$2) n^3 + 12n^2 + 23n = (n^3 - n) + 12n^2 + 24n =$$

$$= (n - 1)n(n + 1) + 12(n^2 + 2n)$$

Число $12(n^2 + 2n)$ делится на 6, число $(n - 1)n(n + 1)$ делится на 6 (см. № 771) \Rightarrow данное число делится на 6.

773. $(3m + n + 5)^5 \cdot (5m + 7n + 2)^4$

а) пусть m и n оба четные, тогда $5m$ – четное, $7n$ – четное
 $\Rightarrow (5m + 7n + 2)$ – четное, т.е. делится на 2 $\Rightarrow (5m + 7n + 2)^4$ делится на $2^4 = 16$, ч. т. д.

б) пусть m и n оба нечетные, тогда $5m$ и $7n$ – нечетные, но тогда $(5m + 7n)$ – четное и $(5m + 7n + 2)$ – четное $\Rightarrow (5m + 7n + 2)^4$ делится на $2^4 = 16$, ч. т. д.

в) пусть одно из m или n четное, а другое нечетное \Rightarrow одно из чисел $3m$ или n нечетное, и его сумма с 5 есть четное \Rightarrow
 $(3m + n + 5)$ – четное $\Rightarrow (3m + n + 5)^5$ делится на $2^5 = 32 \Rightarrow$ делится на 16, ч. т. д.

774. $41m + 46n = 7m + 5n + 7m + 5n + 7m + 5n + 7m + 5n +$
 $+ 13m + 26n = 4(7m + 5n) + 13(m + 2n)$
 $(7m + 5n)$ делится на 13 по условию и $13(m + 2n)$ делится на 13
 $\Rightarrow 41m + 46n$ делится на 13.

775. $S = \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 101} + \frac{1}{101 \cdot 103}$

$$\frac{1}{3 \cdot 5} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$$

$$\frac{1}{5 \cdot 7} = \frac{1}{35} = \frac{2}{70} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{35} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right)$$

..... аналогично

$$\frac{1}{99 \cdot 101} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{101} \right); \quad \frac{1}{101 \cdot 103} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{101} - \frac{1}{103} \right)$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{101} + \frac{1}{101} - \frac{1}{103} \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{103} \right)$$

$$776. S = \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{96 \cdot 98} + \frac{1}{98 \cdot 100}$$

$$\frac{1}{2 \cdot 4} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)$$

$$\frac{1}{4 \cdot 6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right)$$

..... аналогично

$$\frac{1}{96 \cdot 98} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{96} - \frac{1}{98} \right)$$

$$\frac{1}{98 \cdot 100} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{98} - \frac{1}{100} \right)$$

$$S = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{96} - \frac{1}{98} + \frac{1}{98} - \frac{1}{100} \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{100} \right) = 0,245$$

$$777. x^2 - y^2 = 1990$$

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y) = 1990$$

Рассмотрим 3 случая:

а) если x, y – четные, тогда

$(x - y)$ – четное

$(x + y)$ – четное

$\Rightarrow (x - y)(x + y)$ делится на 4

но! 1990 не делится на 4 \Rightarrow такой случай невозможен

б) если x, y – нечетные, тогда числа $(x - y)$ и $(x + y)$ – четные

$\Rightarrow (x - y)(x + y)$ делится на 4, но! 1990 не делится на 4 \Rightarrow такой случай невозможен.

в) если одно из чисел x и y четное, а другое нечетное, тогда числа $(x - y)$ и $(x + y)$ – нечетные $\Rightarrow (x - y)(x + y)$ – нечетное, т.е. не делится на 2, но! 1990 делится на 2 \Rightarrow и такой случай невозможен.

Но других случаев нет \Rightarrow уравнение не имеет целых корней, ч. т. д.

$$778. 1) x^2 + 2x = y^2 + 6$$

$$(x^2 + 2x + 1) = y^2 + 7$$

$$(x + 1)^2 - y^2 = 7$$

$$(x + 1 + y) \cdot (x + 1 - y) = 7$$

Целыми делителями числа 7 являются числа (1; 7) и (-1; -7) \Rightarrow имеем 4 системы:

$$а) \begin{cases} x+1+y=1 \\ x+1-y=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=0 \\ x-y=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-y \\ x+x=6 \end{cases}; \begin{cases} x=3 \\ y=-3 \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x+1+y=-1 \\ x+1-y=-7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=-2 \\ x-y=-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-2-y \\ -2-y-y=-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-2-y \\ 6=2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=3 \\ x=-5 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x+1+y=7 \\ x+1-y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=6 \\ x-y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y \\ 2x=6 \end{cases}; \begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} x+1+y=-7 \\ x+1-y=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=-8 \\ x-y=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-8-y \\ -8-y-y=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-8-y \\ -6=2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-3 \\ x=-5 \end{cases}$$

Ответ: (3; -3), (3; 3), (-5; 3), (-5; -3).

$$2) x^2 - 8 = y^2 + 4y; y^2 + 4y + 4 = x^2 - 4$$

$$(y+2)^2 - x^2 = -4; (y+2-x)(y+2+x) = -4$$

Целые делители числа 4: (-4; 1), (4; -1), (2; -2) (в любом порядке). Имеем 6 систем:

$$а) \begin{cases} y+2+x=2 \\ y+2-x=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=0 \\ y-x=-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x \\ -x-x=-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x \\ -2x=-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=-2 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} y+2+x=-2 \\ y+2-x=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+x=-4 \\ y-x=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=x \\ x+x=-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=x \\ 2x=-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} y+2+x=1 \\ y+2-x=-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x-1 \\ -x-1-x+2=-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x-1 \\ -2x=-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=-\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} y+2+x=-1 \\ y+2-x=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x-3 \\ -x-3+2-x=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x-3 \\ -2x=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-\frac{5}{2} \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} y+2+x=-4 \\ y+2-x=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x-6 \\ -x-6+2-x=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x-6 \\ -2x=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-\frac{5}{2} \\ y=-\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\text{е)} \begin{cases} y+2+x=4 \\ y+2-x=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x+2 \\ -x+2+2-x=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-x+2 \\ -2x=-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

но! Ответы в); г); д); е) не являются целыми числами \Rightarrow не подходят.

Ответ: (2; -2), (-2; -2).

$$\begin{aligned} 779. & \frac{n^5+3}{n^2+1} \\ & n^5+3=n^5+n^3-n^3+n-n+3= \\ & =(n^5+n^3)-(n^3+n)+n+3= \\ & =n^3(n^2+1)-n(n^2+1)+n+3 \\ & \Rightarrow \frac{n^5+3}{n^2+1}=\frac{n^3(n^2+1)-n(n^2+1)+n+3}{n^2+1}= \\ & =\frac{n^3(n^2+1)}{(n^2+1)}-\frac{n(n^2+1)}{n^2+1}+\frac{n+3}{n^2+1}=n^3-n+\frac{n+3}{n^2+1} \end{aligned}$$

\Rightarrow осталось выяснить, при каких целых значениях n дробь $\frac{n^5+3}{n^2+1}$ является целым числом (т.к. (n^3-n) – целое, для любого целого n). Заметим, что при $n > 2$ выполняется неравенство $n(n-1) > 2$, т.к. $n > 2$ и $n-1 > 1$

$\Rightarrow n^2 - n > 2 \Rightarrow n^2 + 1 > n + 3$, т.е. числитель дроби $\frac{n^5+3}{n^2+1}$ меньше знаменателя \Rightarrow эта дробь, при $n > 2$ не может быть целым числом.

$$n = -1: \frac{-1+3}{1+1} = 1 - \text{целое}$$

$$n = 0: \frac{3}{1} = 3 - \text{целое}$$

Ответ: $n = -3; -1; 0; 1; 2$.

$$780. x^2 - xy + \frac{2}{7}y^2 = x^2 - xy + \frac{1}{4}y^2 + \frac{1}{28}y^2 = \left(x - \frac{1}{2}y\right)^2 + \frac{1}{28}y^2 > 0,$$

т.к. является суммой положительных чисел.

$$\begin{aligned} 781. & (3^{16}+1)(3^8+1)(3^4+1)(3^2+1)(3+1) = \\ & = \frac{(3^{16}+1)(3^8+1)(3^2+1)(3^4+1)(3+1)(3-1)}{(3-1)} = \\ & = \frac{(3^{16}+1)(3^8+1)(3^4+1)(3^4-1)}{(3-1)} = \frac{(3^{16}+1)(3^8+1)(3^8-1)}{(3-1)} = \\ & = \frac{(3^{16}+1)(3^{16}-1)}{(3-1)} = \frac{3^{32}-1}{3-1} = \frac{3^{32}-1}{2} \end{aligned}$$

$$782. 4x^2 + 9y^2 - 4x + 6y + 2 = 0$$

$$(4x^2 - 4x + 1) + (9y^2 + 6y + 1) = 0$$

$$(2x-1)^2 + (3y+1)^2 = 0$$

$$(2x-1)^2 \geq 0 \text{ для любых } x;$$

$$(3y+1)^2 \geq 0 \text{ для любых } y.$$

$$\Rightarrow (2x-1)^2 + (3y+1)^2 \geq 0 \text{ для любых } x, y.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-1=0 \\ 3y+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=-\frac{1}{3} \end{cases}, \text{ ч. т. д.}$$

783. $x^2 + y^2 + z^2 = xy + xz + yz$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz &= \frac{1}{2} \left(2(x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz) \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left[(x^2 - 2xy + y^2) + (y^2 - 2yz + z^2) + (z^2 - 2xz + x^2) \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 \right] = 0 \end{aligned}$$

Это выражение ≥ 0 для любых $x; y; z$

\Rightarrow равенство верно только при $x = y = z$, ч. т. д.

784. 1) $a^3 + 2a^2 - 3 = (a^3 - a^2) + (3a^2 - 3) = (a - 1)(a^2 + 3a + 3)$, ч. т. д.

2) $a^3 + a^2 + 4 = (a^3 + 8) + (a^2 - 4) = (a + 2)(a^2 - 2a + 4 + a - 2) =$
 $= (a + 2)(a^2 - a + 2)$, ч. т. д.

3) $a^5 + a + 1 = (a^5 + a^4 + a^3) - (a^4 + a^3 + a^2) + (a^2 + a + 1) =$
 $= (a^2 + a + 1)(a^3 - a^2 + 1)$

4) $a^3 - 6a^2 - a + 30 = (a^3 + 2a^2) - (8a^2 + 16a) + (15a + 30) =$
 $= (a + 2)(a^2 - 8a + 15)$, ч. т. д.

785. 1) $a^4 + 2a^2 - 3 = (a^4 - a^2) + (3a^2 - 3) = (a^2 - 1)(a^2 + 3) =$
 $= (a + 1)(a - 1)(a^2 + 3)$

2) $a^4 + 4 = (a^4 + 4a^2 + 4) - 4a^2 = (a^2 + 2)^2 - (2a)^2 =$
 $= (a^2 + 2 - 2a)(a^2 + 2 + 2a)$

3) $a^5 + a^2 - a - 1 = (a^5 - a^3) + (a^3 - a) + (a^2 - 1) =$
 $= (a^2 - 1)(a^3 + a + 1) = (a + 1)(a - 1)(a^3 + a + 1)$

4) $a^4 - a^3 - 5a^2 - a - 6 = (a^4 + a^2) - (a^3 + a^2) - (6a^2 + 6) =$
 $= (a^2 + 1)(a^2 - a - 6) = (a^2 + 1)((a^2 - 3a) + (2a - 6)) =$
 $= (a^2 + 1)(a - 3)(a + 2)$

786. 1) $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = a^2 - 2b$

2) $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = (x + y)((x + y)^2 - 3xy) =$
 $= a(a^2 - 3b) = a^3 - 3ab$

3) $x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 = ((x + y)^2 - 2xy)^2 - 2(xy)^2 =$
 $= (a^2 - 2b)^2 - 2b^2 = a^4 - 4ab + 4b^2 - 2b^2 = a^4 - 4ab + 2b^2$

4) $x^5 + y^5 = (x^4 + y^4)(x + y) - (x^3 + y^3)xy = (a^4 - 4a^2b + 2b^2)a -$
 $- (a^3 - 3ab)b = a^5 - 5a^3b + 5ab^2$

787. $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 + z^3 &= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz) = \\ &= \frac{1}{2} (x + y + z) \left((x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2xz + z^2) + (y^2 - 2yz + z^2) \right) = \\ &= \frac{1}{2} (x + y + z) \left((x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2 \right) = 0 \end{aligned}$$

Т.к. x, y, z – положительные, то $(x + y + z) > 0$;
 $(x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2 \geq 0$ для любых x, y, z
 \Rightarrow равенство выполняется только при $x = y = z$, ч. т. д.

$$\begin{aligned}
 788. \quad 1) \quad & \frac{a^2 - a - 2}{a^2 - 2a - 3} = \frac{(a^2 - 2a) + (a - 2)}{(a^2 + a) - (3a + 3)} = \frac{(a - 2)(a + 1)}{(a + 1)(a - 3)} = \frac{a - 2}{a - 3} \\
 3) \quad & \frac{a^3 - a^2 - a + 1}{a^3 + a^2 - a - 1} = \frac{a^2(a - 1) - (a - 1)}{a^2(a + 1) - (a + 1)} = \frac{(a - 1)(a^2 - 1)}{(a + 1)(a^2 - 1)} = \frac{a - 1}{a + 1} \\
 2) \quad & \frac{a^2 + ab - 6b^2}{a^2 - ab - 2b^2} = \frac{(a^2 + 3ab) - (2ab + 6b^2)}{(a^2 - 2ab) + (ab - 2b^2)} = \\
 & = \frac{(a + 3b)(a - 2b)}{(a - 2b)(a + b)} = \frac{a + 3b}{a + b} \\
 4) \quad & \frac{2a^2 - ab - b^2}{2a^2 + 3ab + b^2} = \frac{(2a^2 + ab) - (2ab + b^2)}{(2a^2 + ab) + (2ab + b^2)} = \\
 & = \frac{(2a + b)(a - b)}{(2a + b)(a + b)} = \frac{a - b}{a + b}
 \end{aligned}$$

789. Пусть x л/ч – скорость одной трубы,
 t (ч) – время, когда работала 1 труба,
 $24 + 3 = 27$ (ч) – время, за которое надо было наполнить бассейн первоначально, $27x$ (л) – объем бассейна
 $(23 - t)$ (ч) – время, когда работали 2 трубы
 $27 - (16 - 12) = 23$ (ч) – время заполнения бассейна
 $27x = tx + 2x(23 - t)$; $27 = t + 46 - 2t = 46 - t$
 $t = 19$ (ч); $13 + 19 = 32$ (ч)
 $32 - 24 = 8$ (ч) \Rightarrow в 8 часов утра.
 Ответ: в 8 часов.

790. Пусть l м – длина поезда
 \Rightarrow путь, пройденный головой поезда вдоль платформы есть
 $(150 + l)$ м, а вдоль светофора l м; $\frac{l}{5}$ км/ч – скорость поезда.
 $\Rightarrow \frac{150 + l}{15} = \frac{l}{5}$; $\frac{150 + l - 3l}{15} = 0$
 $150 - 2l = 0$; $150 = 2l \Rightarrow l = 75$ (м)
 $\frac{l}{5} = \frac{75}{5} = 15$ (км/ч)
 Ответ: длина – 75 м, скорость – 15 км/ч.

791. Пусть v км/ч – скорость пешехода, u км/ч – скорость велосипедиста

$$\begin{cases} 2,4v = u + 1 \\ 27 - 3,4v = 2(27 - 2u) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = 2,4v - 1 \\ 27 - 3,4v = 54 - 9,6v + 4 \end{cases}$$

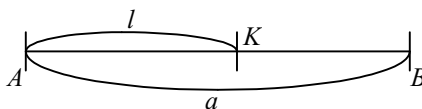
$$6,2v = 31$$

$$v = 5 \text{ км/ч}$$

$$u = 2,4 \cdot 5 - 1 = 11 \text{ км/ч}$$

Ответ: 5 км/ч; 11 км/ч.

792.



Пусть $AB = a$

K – т., в которой встретились пешеход и велосипедист

$AK = l$

x км/ч – скорость пешехода

y км/ч – скорость велосипедиста

$$\frac{l}{x} - ?$$

$$\begin{cases} y = 3x \\ \frac{l}{x} = \frac{a-l}{y} \Rightarrow \frac{l}{x} = \frac{a-l}{3x} \\ 2 + \frac{a-l}{y} = \frac{a-l}{x} \end{cases}$$

$$3l = a - l; a = 4l$$

$$2 + \frac{a-l}{3x} = \frac{a-l}{x}$$

$$6x + 4l - l - 12l + 3l = 0; 6x = 6l$$

$$x = l \Rightarrow \frac{l}{x} = 1 \text{ ч}$$

Ответ: $\frac{l}{x} = 1$ ч.

793. Пусть v км/ч – скорость реки (и лодки), u км/ч – скорость пловца

$$\frac{s}{v} = t + \frac{t(u-v)}{u+v} + \frac{s}{u+v}$$

$$s(u+v) = tv(u+v) + tv(u-v) + sv$$

$$su + sv = tvu + tv^2 + tvu - tv^2 + sv$$

$$su = 2tvu;$$

$$s = 2tv$$

$$v = \frac{s}{2t} \text{ км/ч}$$

Ответ: $\frac{s}{2t}$ км/ч.

794. Пусть $x\%$ – соли в начальном растворе. Примем кол-во начального раствора за 1.

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{x}{100} - \text{кол-во соли в } \frac{1}{5}$$

$$\frac{x}{500} - 2x\%$$

$$a - 100\%$$

$$a = \frac{100\% \cdot x}{500 \cdot 2x\%} = \frac{1}{10}$$

\Rightarrow когда эту $\frac{1}{10}$ вылили обратно в колбу, там стало $\frac{9}{10}$ кол-ва раствора.

Итак, в $1 - x\%$ соли, в $\frac{9}{10} - (x+3)\%$ соли

Но! Кол-во соли в обоих растворах одинаково \Rightarrow

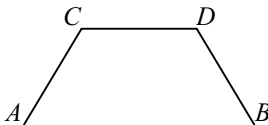
$$\frac{x}{100} \cdot 100 = \frac{x+3}{100} \cdot 90$$

$$10x = 9x + 27$$

$$x = 27\%$$

Ответ: 27%.

795.



$$AC + CD + DB = 11,5$$

$$\frac{AC}{3} + \frac{CD}{4} + \frac{DB}{5} + \frac{DB}{3} + \frac{CD}{4} + \frac{AC}{5} = 6$$

$$20AC + 30CD + 12DB + 20DB + 12AC = 360$$

$$32(AC + DB) + 30CD = 360$$

$$32(11,5 - CD) + 30CD = 360$$

$$368 - 32CD + 30CD = 360$$

$$8 = 2CD$$

$$CD = 4 \text{ км}$$

Ответ: 4 км.

796. I автомобилист:

$$0 \text{ км} - 120 \text{ км} - 30 \text{ ост. } (120 : 4 = 30)$$

$$120 \text{ км} - 240 \text{ км} - 24 \text{ ост. } (120 : 5 = 24)$$

$$\text{всего } 30 + 24 = 54 \text{ остановки}$$

II автомобилист:

$$0 \text{ км} - 60 \text{ км} - 20 \text{ ост. } (60 : 3 = 20)$$

$$60 \text{ км} - 240 \text{ км} - 30 \text{ ост. } (180 : 6 = 30)$$

$$\text{всего } 20 + 30 = 50 \text{ остановок}$$

$$54 > 50$$

Ответ: первый сделал больше остановок.

797. Пусть x шт. — кол-во тонких тетрадей, которые купил 1-ый, y шт. — кол-во толстых тетрадей, которые купил 1-ый, z шт. — кол-во тонких и кол-во толстых тетрадей, которые купил 2-ой.

\Rightarrow 1-ый купил $(x + y)$ шт.; 2-ой купил $2z$ шт.

$$\begin{cases} ax = by \Rightarrow y = \frac{ax}{b} \\ az + bz = ax + by \end{cases}$$

$$(a + b)z = 2ax$$

$$z = \frac{2ax}{a + b}$$

Сравним $(2z)$ и $(x + y)$

$$2z = \frac{4ax}{a + b} \quad x + y = x + \frac{ax}{b} = \frac{x(a + b)}{b}$$

$$\frac{x(a + b)}{b} \vee \frac{4ax}{a + b}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 \vee 4ab; a^2 - 2ab + b^2 \vee 0$$

$$(a - b)^2 > 0 \Rightarrow (x + y) > 2z$$

Ответ: первый купил больше тетрадей.

798. S – длина пути

$$t_1 = \frac{S}{60}$$

$$t_2 = \frac{S}{2 \cdot 50} + \frac{S}{2 \cdot 70} = \frac{S}{20} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7} \right) = \frac{S}{20} \cdot \frac{12}{35} = S \cdot \frac{3}{5 \cdot 35}$$

$$t_1 \vee t_2$$

$$\frac{1}{60} \vee \frac{3}{5 \cdot 35}$$

$$\frac{35}{35 \cdot 5 \cdot 12} \vee \frac{36}{35 \cdot 5 \cdot 12} \Rightarrow t_2 > t_1$$

Ответ: 1-й автобус 1-м пришел в город.

799. S – длина пути

t_1 – время 1-го велосипедиста, t_2 – второго, v – скорость 1-го

$$t_1 = \frac{S}{v}$$

$$t_2 = \frac{S}{2 \cdot 1,5v} + \frac{S}{2 \cdot 0,5} = \frac{S}{v} \cdot \frac{4}{3} = t_1 \cdot \frac{4}{3}$$

$$t_2 > t_1$$

Ответ: 1-ый велосипедист выиграл гонку.

800. Пусть t_1 – время, за которое прошел дистанцию 1-й спортсмен, t_2 – время, за которое прошел 2-й, а S – длина дистанции.

Тогда

$$t_1 = \frac{\frac{1}{4}S}{12} + \frac{\frac{3}{4}S}{8}; \quad t_2 = \frac{\frac{1}{2}S}{10} + \frac{\frac{1}{2}S}{9}$$

$$t_1 = S \left(\frac{1}{4 \cdot 12} + \frac{3}{4 \cdot 8} \right) = S \left(\frac{2+9}{8 \cdot 12} \right) = S \cdot \frac{11}{96}$$

$$t_2 = \frac{1}{20}S + \frac{1}{18}S = \frac{19}{2 \cdot 90}S = \frac{19}{180}S$$

Осталось сравнить t_1 и t_2

$$t_1 = S \cdot \frac{11}{96}, \quad t_2 = \frac{19}{180}S$$

$$\frac{11}{96} \vee \frac{19}{180}; \quad \frac{165}{1440} > \frac{152}{1440}$$

$$t_2 < t_1$$

Ответ: 2-й спортсмен прошел дистанцию быстрее.

801. S – путь, t_1, t_2

$$\begin{cases} t_1 = \frac{1}{5}S + \frac{1}{3}S \\ \frac{t_2}{2} \cdot 5 + \frac{t_2}{2} \cdot 3 = S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{8}{30} \cdot S \\ S = t_2 \cdot 4 \end{cases}$$

$$t_1 = \frac{8}{30} \cdot 4 \cdot t_2$$

$$t_1 = \frac{32}{30} t_2$$

$$t_1 > t_2$$

Ответ: 2-й пешеход прошел путь быстрее.